Énoncé TD - θ1

Exercices à maîtriser

Ex. n°1 • Stockage d'eau dans une enceinte ★☆☆ 5118

Une masse $m = 100$ g d'eau liquide est introduite dans une enceinte de volume V, initialement vide, maintenue à $T = 423$ K. L'eau liquide est supposée idéale et l'eau vapeur est un gaz parfait.

Données :

- $P_{sat} = 4{,}8$ bar pression de vapeur saturante de l'eau à 423 K
- $v_L = 1{,}09 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$ volume massique de l'eau liquide à 423 K
- $M = 18\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$ masse molaire de l'eau

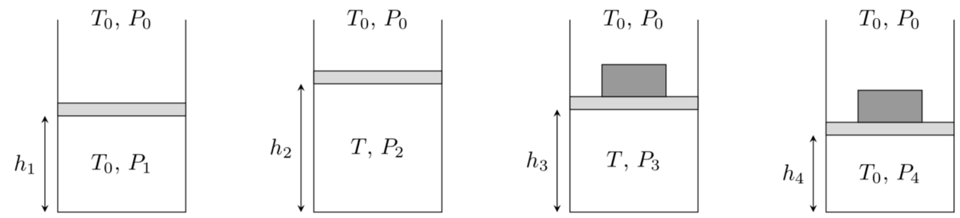
1) Déterminer l'état du système (liquide, gazeux, diphasique) en fonction de V.

2) Dans le cas d'une enceinte de volume $V = 10$ L, déterminer le titre massique en vapeur. En déduire le volume de chaque phase.

Ex. n°2 • Gaz parfait dans une enceinte ★☆☆ 7134

Une quantité de matière n de gaz parfait est enfermée dans une enceinte de surface de base S. Cette enceinte est fermée par un piston de masse m, à même de coulisser sans frottement, et permet les transferts thermiques, si bien que lorsqu'on attend suffisamment longtemps le gaz contenu dans l'enceinte est en équilibre thermique avec l'extérieur. Le milieu extérieur se trouve à température et pression constantes T_0 et P_0. On fait subir au gaz la série de transformations suivante.

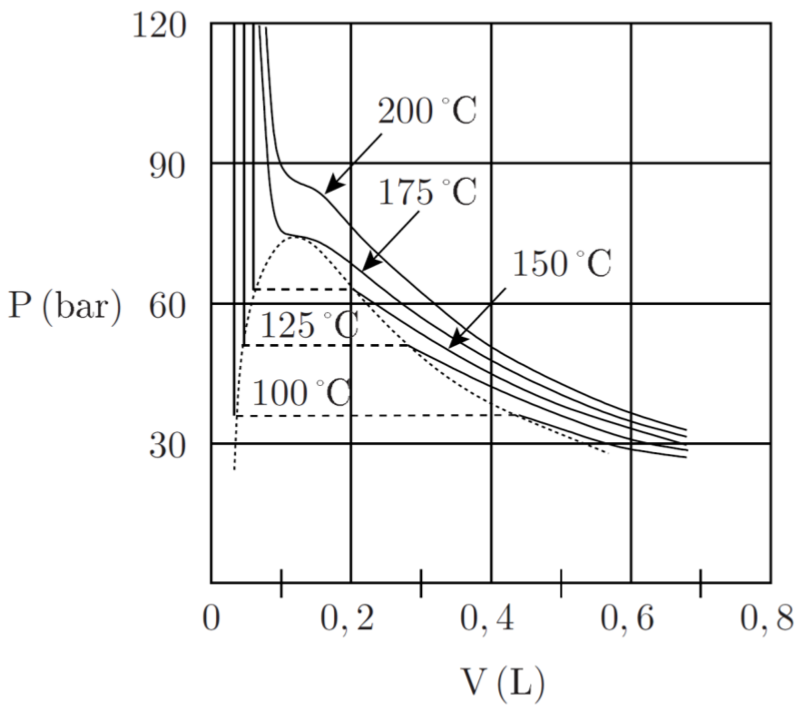
- Initialement, dans l'état (1), le système est au repos depuis suffisamment longtemps pour avoir atteint l'équilibre thermodynamique.
- Le gaz est chauffé jusqu'à ce qu'il atteigne la température $T > T_0$, plaçant le système dans l'état (2).
- Une masse supplémentaire M est brusquement placée par dessus le piston : avant tout transfert thermique, le système est dans l'état (3).
- Enfin, l'équilibre thermique est atteint, le système est alors dans l'état (4).



Déterminer les quatre positions du piston h_1 à h_4.

Ex. n°3 • Isothermes d'Andrews ★★☆ 5604

La figure ci-dessous représente un ensemble de courbes expérimentales, appelées isothermes d'Andrews, représentant la pression P d'une mole d'un fluide en fonction du volume V occupé, pour différentes températures.



1) Déterminer les coordonnées $(P_\mathrm{C}, V_\mathrm{C})$ du point critique C.

2) Préciser l'état physique du fluide et, en cas de mélange L/G, calculer les titres molaires

x_{vap} et x_{liq} de la vapeur et du liquide pour : (a) $V = 0{,}6$ L et $T = 110$ °C, (b) $P = 110$ bar et $T = 200$ °C, (c) $V = 0{,}2$ L et $T = 125$ °C.

3) Que vaut le volume molaire de la vapeur saturante sèche à la pression de 40 bar ?

Pour aller plus loin

Ex. n°4 • Pression dans des pneus ★☆☆ 5703

En hiver, par une température extérieure de -10 °C, un automobiliste règle la pression de ses pneus à 3 bar, pression préconisée par le constructeur. Arrivé en été, où il fait 30 °C, l'automobiliste doit-il régler à nouveau la pression des pneus ?

On considère que le volume des pneus et que la quantité de matière dans le pneu ne varient pas. De plus, on estime qu'un écart de pression de 10 % au maximum peut être toléré sans danger entre les deux saisons.

Ex. n°5 • Titre massique en vapeur ★☆☆ 8743

On considère de l'eau pure dans un récipient de volume $V = 10$ L maintenu à $T = 70$ °C. Le volume de la phase liquide est de $V_{liq} = 0{,}1$ L.

Données :

- Volume massique de l'eau liquide à 70 °C : $v_L = 1{,}02 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$
- Volume massique de la vapeur d'eau à 70 °C : $v_G = 0{,}400\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1}}$

1) Quelle est masse d'eau dans chaque phase ?

2) Déterminer le titre massique en vapeur.

3) Déterminer le volume massique du système.

Ex. n°6 • Cocotte-minute ★⯪☆ 3336

Une cocotte-minute est équipée d'une soupape de section $S = 4\ \mathrm{mm^2}$ et de masse $m = 40$ g. On suppose que la pression extérieure est $P_0 = 1$ bar.

1) Déterminer la pression à l'intérieur de la cocotte-minute lorsque la soupape s'ouvre.

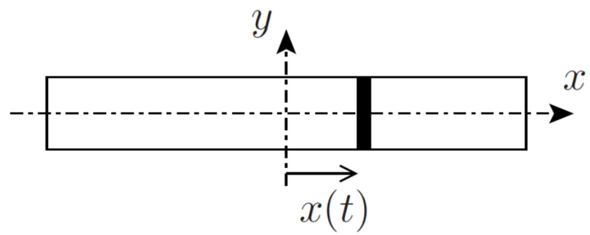
On suppose que la pression de vapeur saturante de l'eau à la température T (°C) est donnée au voisinage de 100 °C par la loi :

$$P_{sat}(T) = P_0 \cdot \left(\frac{T\,(°\mathrm{C})}{100}\right)^4$$

2) En déduire la température maximale atteinte. En déduire est l'intérêt d'un tel système.

Ex. n°7 • Oscillations d'un piston ★⯪☆ 9982

Un tube cylindrique horizontal, de section S et de longueur $2\ell_0$, est séparé en deux compartiments par un piston de masse m, mobile sans frottement dans le tube. L'épaisseur de ce piston est négligeable par rapport à la longueur du tube. Chaque compartiment ainsi délimité contient la même quantité de matière n d'un gaz parfait, à la température T_0 et sous la pression initiale P_0.



La position du piston dans le tube est repérée par son abscisse $x(t)$ mesurée par rapport au milieu du tube. Lorsque le système est à l'équilibre, le piston est donc en $x = 0$. À l'instant $t = 0$, on écarte le piston d'une distance $x(0) = d$ et on le lâche sans vitesse initiale.

Le piston est assimilé à un point matériel. Le tube est fixe dans un référentiel d'étude supposé galiléen. De plus, on fait l'hypothèse que le gaz est maintenu à une température T_0 constante dans le temps.

1) Établir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$.

2) Que devient cette équation différentielle dans le cadre de petites oscillations autour de la position d'équilibre ?

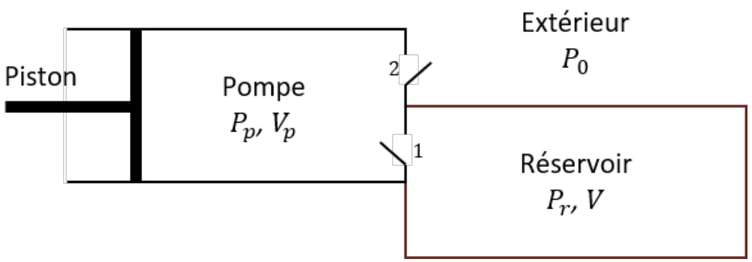
Ex. n°8 • Pompe isotherme ★★★ 3786

On veut vider un réservoir de volume V, initialement rempli d'air (considéré comme un gaz parfait) au moyen d'une pompe.

Durant la phase de compression de piston, la soupape 1 (en bas) est fermée et la soupape 2 (en haut) est ouverte. C'est l'inverse lorsqu'on tire sur le piston. Le volume V_p du corps de pompe est compris entre V_{min} (volume résiduel) et V_{max} (volume maximal).

On suppose que la température de l'air reste constante et égale à T. La valeur initiale de P_r est égale à P_0. On suppose pendant toute la transformation que les mouvements du piston de la pompe sont assez lents pour considérer que la température reste constante dans l'ensemble pompe-réservoir.

On appelle P_n la pression dans le réservoir durant la n-ième phase de compression du piston.



1) À l'aide d'un bilan de quantité de matière entre l'instant où l'on commence à tirer sur le piston (V_{min}) et le moment où l'on arrête de tirer sur le piston (V_{max}), déterminer la relation entre P_n et P_{n+1}.

2) Déterminer P_{lim}, valeur de P_r lorsque n tend vers l'infini. Commenter son expression.

Pour s'entraîner au DS

Ex. n°9 • Enceinte à deux compartiment ★½☆ 4619

On place dans les deux compartiments d'une enceinte la même quantité n de gaz parfaits monoatomiques identiques. Ces deux compartiments sont séparés par une paroi mobile calorifugée de section $S = 200$ cm^2. Initialement, les deux gaz ont même température $T_0 = 300$ K, même volume $V_0 = 10$ L et même pression $P_0 = 10$ bar, et la paroi est au centre de l'enceinte, à l'abscisse $x = 0$.

1) Faire un schéma de l'état initial. Déterminer la longueur L des compartiments ainsi que la quantité de matière n_0 de gaz dans chaque compartiment.

2) On élève la température du gaz du compartiment de gauche jusqu'à $T_1 = 350$ K, tout en maintenant la température du compartiment de droite à T_0. Calculer l'abscisse x du piston une fois le nouvel état d'équilibre atteint.

Ex. n°10 • Stockage d'eau chaude ★★☆ 7769

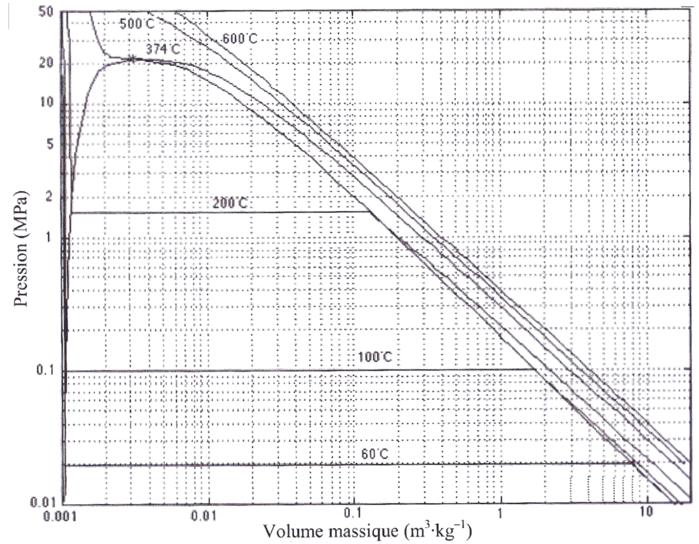
Une masse $m = 100$ kg d'eau chaude est stockée dans une cuve fermée de volume $V_0 = 200$ L, que l'on modélise comme étant indéformable. Pour simplifier, on ne tient pas compte de l'air contenu dans la cuve en plus de l'eau. Suite à un échauffement accidentel, l'eau normalement maintenue à $T_0 = 60$ °C passe à $T = 500$ °C.

La vapeur d'eau est modélisée par un gaz parfait.

On tient compte de la légère compressibilité et dilatabilité de l'eau liquide par une équation d'état de la forme :

$$\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) = \alpha\,(T - T_0) - \chi_T\,(P - P_0) \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \alpha = 3{,}0 \times 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1} \\ \chi_T = 5{,}0 \times 10^{-10}\ \mathrm{Pa}^{-1} \end{cases}$$

On donne le diagramme de Clapeyron de l'eau. Plusieurs isothermes sont représentées pour des températures allant de 60 °C à 600 °C. Attention, les échelles sont logarithmiques.



1) En utilisant le diagramme de Clapeyron, déterminer la composition du mélange liquide-gaz initial.

2) Sous quelle forme trouve-t-on l'eau après l'échauffement accidentel ? Déterminer la pression P correspondante. Commenter.

3) La soupape de sécurité permet au fur et à mesure du chauffage de laisser de la vapeur d'eau s'échapper : la cuve est finalement presque vide et ne contient plus que $m' = 400$ g d'eau. Déterminer la pression finale et conclure.

Éléments de correction

1 **1)** L : $V = 0{,}109$ L ; G : $V > 40{,}7$ L **2)** $x_{\text{vap}} = 24{,}4$ % ; $V_{\text{GP}} = 9{,}92$ L ; $V_{\text{L}} = 0{,}08$ L

2 $h_1 = \dfrac{nRT_0}{P_0S+mg}$; $h_2 = \dfrac{nRT}{P_0S+mg}$; $h_3 = \dfrac{nRT}{P_0S+mg+Mg}$; $h_4 = \dfrac{nRT_0}{P_0S+mg+Mg}$ **3** **1)** $P_C \simeq 75$ bar ; $V_C = 0{,}12$ L **2)** (a) G ; (b) L ; (c) L/G avec $x_{vap} = 0{,}65$ et $x_{liq} = 0{,}35$ **3)** $V_m = 0{,}4$ L · mol^{-1} **4** Oui **5** **1)** $m_{liq} = 98$ g ; $m_{gaz} = 24{,}75$ g **2)** $x_{vap} = 20{,}2$ % **3)** $v_M = 81{,}5 \times 10^{-3}$ m^3 · kg^{-1} **6** **1)** $P_{int} = 1{,}98$ bar **2)** $T = 119$ °C **7** **1)** $m\ddot{x} = \dfrac{nRT_0}{\ell_0+x} - \dfrac{nRT_0}{\ell_0-x}$ **2)** $\ddot{x} + \dfrac{2nRT_0}{m\ell_0^2}\, x = 0$ **8** **1)** $P_{n+1} = \dfrac{V}{V+V_{max}}\, P_n + \dfrac{V_{min}}{V+V_{max}}\, P_0$ **2)** $P_{lim} = \dfrac{V_{min}}{V_{max}}\, P_0$ **9** **1)** $L = 0{,}5$ m ; $n_0 = 4$ mol **2)** $x = L\,\dfrac{T_1-T_0}{T_1+T_0} = 38$ mm **10** **1)** L/G **2)** $P = 2{,}1 \times 10^3$ bar **3)** $P \simeq 7$ bar